

إمتحان الفصل الأول لمادة الرياضيات

التمرين الأول: (08ن)

عين الاجابة الصحيحة ان وجدت مع التبرير:

(1) حلول المتراجحة  $x \ln x - x \geq 0$  هي :

(أ)  $[e; +\infty[$  (ب)  $]0; +\infty[$  (ج)  $]0; e]$

(2) الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $f(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)^2$  تقبل محور تناظر معادلته:

(أ)  $x = 1$  (ب)  $x = -1$  (ج)  $x = 2$

(3)  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ 
$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} : x \neq 0 \\ g(0) = \alpha \end{cases}$$
 مستمرة على  $\mathbb{R}$  يعني ان

(أ)  $\alpha = 1$  (ب)  $\alpha = 0$  (ج)  $\alpha = 3$

(4)  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :

(أ)  $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$  (ب)  $f(x) = x + 1 + \frac{2}{e^x + 1}$  (ج)  $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

(5) المعادلة التفاضلية من الشكل  $y' = ay + b$  و التي حلها  $f(x) = 3e^{-2x} + 4$  هي

(أ)  $y' = -2y + 8$  (ب)  $y' + 2y - 8 = 0$  (ج)  $2y = y' + 8$

(6)  $h$  دالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $h(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$  المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$

(أ)  $1,60 < \alpha < 1,61$  (ب)  $1,61 < \alpha < 1,62$  (ج)  $1,59 < \alpha < 1,60$

التمرين الثالث (12ن):

(I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 2 \ln x$  .

1 / ادرس تغيرات الدالة  $g$  .

2 / بين أن المعادلة  $g(x)=0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  حيث:  $0.75 < \beta < 0.76$ . ثم استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$ . نسمي  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

$$1 / \text{أ} * \text{احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x).$$

ب \* بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة:  $y = -x + 1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  عند  $+\infty$ ، ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

$$2 / \text{أ} * \text{أثبت أنه من أجل كل } x \text{ من } ]0; +\infty[ : f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}.$$

ب \* استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

3 / أ \* بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$ ، يطلب كتابة معادلة له.

ب \* ارسم المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

4 /  $m$  عدد حقيقي، عين قيم العدد الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $0 = -mx + 2 + 2 \ln x \dots (E)$  حلين مختلفين موجبين.

(III)  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما. نعتبر الدالة  $f_\alpha$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:

$$f_\alpha(x) = 1 - x + \frac{\alpha}{x}(1 + \ln x).$$

نسمي  $(C_\alpha)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1 / أثبت أن جميع المنحنيات  $(C_\alpha)$  تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها.

2 / نعتبر النقط  $A\left(-2; \frac{4}{\alpha}\right)$ ،  $B\left(1; \frac{2 \ln \alpha}{\alpha}\right)$  و  $C(-2\alpha; 2\alpha - 2)$  ولتكن  $G_\alpha$  مرجح الجملة المثقلة:

$$\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}.$$

أ \* عين بدلالة  $\alpha$  إحداثيي النقطة  $G_\alpha$ .

ب \* استنتج مجموعة النقط  $G_\alpha$  عندما يسمح العدد  $\alpha$  المجموعة  $\mathbb{R}_+^*$ .

بالتوفيق